

ریاضیدان فیلسوف: هانس هان و حلقه وین*

کارل زیگموند*

یکی از تأثیرگذارترین فیزیکدانان نظری دوران خودش (و جانشین لورنتس در آیدن) شد، و هاینریش تیتسه^۱، ریاضیدانی با آثار فوق‌العاده زیاد که به‌دلیل کارهایش در توپولوژی معروف است و بعدها در مونیخ به استادی رسید. این چهاریار «جدانشدنی» در واقع پس از مدت کوتاهی از هم جدا شدند و هر یک از وین به‌سوی شهر دیگری رفتند ولی مانند تفنگداران الکساندر دوما دوستی خود را تا پایان عمر حفظ کردند و بارها و بارها با یکدیگر دیدار کردند. مثلاً ده سال بعد هان و تیتسه به اتفاق یکدیگر یک رشته سخنرانی عمومی درباره ریاضیات مقدماتی ایراد کردند که متن آنها ده سال پس از آن به‌صورت کتاب به چاپ رسید.

ولی مدتی طول کشید تا این چهار نفر گرد هم آیند. هان ابتدا به خواست پدرش به تحصیل حقوق پرداخت اما پس از یک سال استقلال خود را نشان داد و به ریاضیات روی آورد. چند ترم را در دانشگاه‌های استراسبورگ و مونیخ گذراند و سپس به وین بازگشت. هان رساله دکتری خود را زیر نظر گوستاو فون اشریش^۲ گذراند که مؤسسه ریاضیات دانشگاه تحت تأثیر او به وضوح وضعت بهتری پیدا کرده بود. دومین ممتاز هان، بولتسمن بود که پس از اشتغال کوتاه‌مدت در چندین شهر — گراتس، مونیخ، وین، و لایپزیگ — به کرسی فیزیک نظری در زادگاهش بازگشته بود. ولی اشریش این امتیاز را داشت که هم کاشف هانس هان بود و هم (چند سال بعد) یوهان رادون را کشف کرد. رادون همان کسی است که مبانی ریاضی برش‌نگاری^۳ را در ۱۹۱۷ عرضه کرد و اندازه رادون و تبدیل رادون هم به نام او نامیده شده است. هم هان و هم رادون با هدایت اشریش نخستین پژوهش‌هایشان را در حساب وردشها انجام دادند. این مبحث در آن زمان دوره پرجنب و جوشی را از سر می‌گذراند (۳ مسأله از ۲۳ مسأله سال ۱۹۰۰ هیلبرت به حساب وردشها مربوط می‌شد). در این زمینه، دستاوردهای رادون پردوام‌تر از آب در آمد، ولی هان به سرعت شهرت گسترده‌ای به‌عنوان متخصص^۴ این مبحث به دست آورد.

بر سر در آکادمی افلاطون نوشته شده بود: «کسی که هندسه نمی‌داند، وارد نشود». ولی علی‌رغم این سخن نغز، ریاضیدانان و فلاسفه در طی قرون و اعصار اغلب نسبت به هم بی‌اعتنا بوده‌اند و حتی خصومت می‌ورزیده‌اند، چنان‌که گویی حوزه تفکر انتزاعی تنگتر از آن است که دو رشته مختلف در آن جا بگیرند. دکارت و پاسکال در هر دو رشته به مقام والایی دست یافتند اما صرف‌نظر از این اقدامات انفرادی، همکاری واقعی بین ریاضیدانان و فیلسوفان تا قرن حاضر برقرار نشده بود. این همکاری با مشارکت راسل و وایتهد در نوشتن پرنسیپیا ماتماتیکا آغاز شد و به تشکیل حلقه وین انجامید که در حدود ۱۹۳۰ رونق و شکوفایی یافت.

بنیانگذار و احتمالاً محور حلقه وین، هانس هان ریاضیدان بود که به‌خاطر قضیه هان-باناخ شهرت دارد. وی راهنما و استاد رساله کورت گودل بود؛ به کارل پوپر جوان حساب دیفرانسیل و انتگرال درس داد و مشوق او در نوشتن کتاب منطق اکتشاف علمی بود؛ به شکل‌گیری اندیشه‌های فلسفی کارناب کمک کرد؛ و میزبان جلسات عصرانه معروفی بود که به بازگشت و برگشتن به فلسفه انجامید. در مجموعه آثار هان — که مشتمل بر سه جلد قطور و بیشتر در زمینه آنالیز، توپولوژی، و حساب وردشهاست — نوشته‌های فلسفی جای کمی را اشغال کرده‌اند، ولی و از نزدیک شاهد مباحثات اساسی^۵ نیمه اول قرن در باره مبانی ریاضیات و منطق بود و در برگزاری و پیشبرد این مباحثات نقش داشت.

در زمان تولد هان در ۱۸۷۹، دانشگاه شهر زادگاهش وین ریاضیدان برجسته‌ای، به استثنای لودویگ بولتسمن (آن‌هم برای مدتی کوتاه)، نداشت که به او ببالد ولی در میان همشاگردن هان، آن قدر افراد با استعداد بودند که برای یک آکادمی کفایت می‌کرد: از جمله، گوستاو هرگلوتس^۶ که تحقیقاتش در اخترشناسی و نظریه اعداد بعدها کرسی استادی را در لایپزیگ و گوتینگن برایش به ارمغان آورد؛ هم‌کلاسی هرگلوتس به نام پاول هرنفست، که بعدها

1. Tietze 2. Escherich 3. tomography

4. Herglotz

در همه موارد بر خلاف هم بود ولی هر دو دیدگاه به فیزیک اتکا داشت نه متافیزیک. هان طبیعتاً تحت تأثیر وحدت اندیشه عامی و اندیشه فلسفی در آثار این دو نفر قرار گرفت. ولی ماخ بر اثر سکتة مغزی از کار باز ماند و بولتسمن هم در سال ۱۹۰۶ دست به خودکشی زد. بنابراین هان در زمینه تفکر فلسفی کم و بیش تنها شد. [البته کسی مانند] برتراند راسل، که پرنسپلز آ و متهیکس [اصول ریاضیات] او به نازگی انتشار یافته بود وجود داشت که هان به او اتکا کند، و درباره اش نوشت «برتراند راسل مهمترین فیلسوف عصر ما به حساب خواهد آمد». این جمله امروز ممکن است [فقط] عذرة کمی را به ابراز تردید و تعجب وا دارد اما در آن جو فلسفی که اخلاف کانت، هگل، و حتی توماس قدیس بر آن تسلط داشتند، ظنین بسیار غریبی داشت.

گروه چهار نفری پراکنده شد اما هان در طی دوره پس از دکتریش در وین، حلقه جدیدی از یاران همفکر و بسیار با استعداد پیدا کرد (یا تأسیس کرد) که به طور منظم در بعضی قهوه خانه های پرشکوه وین گرد می آمدند و به بحث های طولانی در زمینه فلسفه و موضوع های دیگر می پرداختند. یکی از نزدیک ترین دوستانش، ریشارت فن میزس بود که چند سال بعد نخستین هواپیمای غول پیکر را طراحی کرد و کتاب درسش در زمینه آئرو دینامیک در طی پنجاه و چند سال با ویرایش های تازه تجدید چاپ می شد و کتاب استاندارد در این زمینه بود. وی که در دانشگاه های برلین، استانبول، و هاروارد استاد مکانیک شد و تحقیقاتش تأثیر عمیقی در مابانی احتمال گذارد، کتاب مهمی هم در تشریح یوزیتیویسم [مذهب تحصالی] نوشت. عضو دیگر حلقه فیلیپ فرانک بود که در پراگ، بنا به توصیه نامه بر از تعریف و تمجید آلبرت اینشتین، جانشین او شد (در واقع اینشتین ابتدا پاول اهرنست، یکی از چهار یار جدانشدنی، را برای جانشینی خود توصیه کرده بود. اهرنست با همکاری همسرش تاتیانا فصلی بسیار عالی از دائرة المعارف علوم ریاضی را نوشته بود که هنوز هم بسیار از آن نقل قول می شود و مکانیک آماری بولتسمن را وضوح بسیار بخشیده است. اما فرانتس یوزف، امپراتور کهنسال اتریش-هنگری، کسی را که علائق مذهبی نداشت به استادی نمی گماشت. حتی کسی مانند اینشتین حاضر شده بود [در این مورد کوتاه بیايد و] به تشریفات صوری و ظاهری در این زمینه تن دهد، اما علی رغم اصرار او و هان، اهرنست چنین کاری را قاطعانه رد کرد) دوست نزدیک دیگر هان، اوتو نوریات، مردی بود سرخ مو و عظیم الجثه با صدای برطانی و علائق بسیار متنوع. او با آلگا خواهر هان ازدواج کرد. آلگا زنی استثنایی بود که گرچه در اوایل زندگی کور شده بود، چند مقاله بسیار مهم در منطق نمادی نوشت. کارهای هان تا زمان جنگ جهانی اول، به غیر از سلسله مقالاتی که مرتباً درباره حساب وردشها انتشار می داد، به موضوعات بسیار متنوعی مربوط می شد.

رساله ای درباره هیدرودینامیک جریان بوشنیک^۱ با همکاری هرگاوئس (یکی از یاران چهارگانه) و کارل شوارتس شاید (که بعدها اختر فیزیک نوین را بدید آورد) نوشت که به طرز عجیبی پیشگویانه بود. اما این اثر، علی رغم شهرت هر سه نویسنده اش، اصلاً مورد توجه قرار نگرفت. هانس به جبر نیز پرداخت و گروه های آبی مرتب را به وسیله قضیه نشان دادن مشخص کرد. این دستاورد منتهای بعد به عنوان نتیجه ای اساسی در نظریه فضا های برداری مرتب مورد توجه قرار گرفت و به نام هان نامیده شد ولی وی دیگر به این مبحث باز نگشت.



هانس هان: مردی بلند قامت بود؛ «آدمی قوی، سرزنده، و بسیار زبان آور، که همیشه با صدای بلند حرف می زد» (منگر)، ولی دوستانش او را Hähnchen (خروس کوچک) می نامیدند. بویر نوشت: «در برخورد با او احساس می شد که شخصی فوق العاده منضبط است.»

بی تردید مهمترین مرکز ریاضی در آغاز قرن بیستم، گوتهینگن بود و هر یک از این چهار نفر مدتی را به عنوان دوره پس از دکتری در محیط هیجان انگیز سمینار هیلبرت گذراندند. هان هنوز بیست سالش نشده بود که برای نوشتن فصلی در زمینه حساب وردشها در دائرة المعارف علوم ریاضی معتبر کلاین انتخاب شد. همکاریش در نوشتن این مقاله، ارنست تسرملو دستیار هیلبرت بود. تقریباً در همان زمان تسرملو مشغول فرمول بندی اصل موضوع انتخاب بود که ۲۵ سال بعد یکی از اولین کاربردهای آن در قضیه هان-باناخ پیدا شد. تسرملو قبلاً درگیر مباحثات علمی پر جنجالی با بولتسمن، استاد هان، شده بود و بعدها یکی از پیگیرترین منتقدان گودل، شاگرد هان، شد.

در جستجوی یک حلقه

اندک زمانی پس از آنکه هان مقاله اش را برای دائرة المعارف نوشت، صلاحیتش برای تدریس تصویب شد، و باز بولتسمن یکی از اعضای کمیته بررسی صلاحیت بود. بولتسمن در این زمان همچون ارنست ماخ استاد موفقی در فلسفه به حساب می آمد. ماخ در مقام فزیکدان در زمینه موجهای شوک مطالعه و تحقیق کرده بود اما به عنوان فیلسوف نیز افکارش تأثیر عظیمی بر متفکران گوناگون، از اینشتین تا لنین، گذاشته بود. اتفاقاً دیدگاه های این دو نفر تقریباً

1. Neurath

2. Boussinesq flow



برتراند راسل: «در میان مشهورترین متفکران در مسیر رهایی» از فلسفه مُنکر جهان، برتراند راسل را برگزید «که در زمان جنگ به خاطر ضدیتش با نظامیگری به زندان افتاد». راسل در مدخلی بر فلسفه ریاضی که در زندان نوشت می‌گوید: «اولین کسی که اهمیت همانگویی در تعریف ریاضیات را به من خاطر نشان کرد شاگرد سابقم اودویگ ریتگنشتاین بود که روی این مسأله کار می‌کرد. نمی‌دانم که او این مسأله را حل کرده است یا نه، و حتی نمی‌دانم که زنده است یا مرده.»

اگر نگاهیست پیوسته یک‌به‌یک می‌بود چنین چیزی اتفاق نمی‌افتاد. ولی مثال هیلبرت در هیچ‌جا چهار به یک نبود. هان نشان داد که چنین نگاهیست مربع یُرکنی باید در بازای از نقاط دست کم دویه‌یک و در مجموعه‌ای چگال دست کم سه‌به‌یک باشد. و نکته مهم‌تر اینکه، نشان داد تصویرهای پیوسته پاره‌خطها دقیقاً آن مجموعه‌های فشرده و همبندی هستند که موضعاً همبندند. همین نتیجه را استفان مازورکیویچ^۱ مستقلاً و تقریباً در همان زمان به دست آورد؛ وی یکی از ریاضیدانان جوانی بود که با عزم و اراده فوق‌العاده، لهستان را پیش از آنکه مرزهای جغرافیایش تثبیت شود، روی نقشه دنیای ریاضی تثبیت کردند. هان تا آخر عمر به این قضیه، که الهامبخش پژوهشهای بسیار بود و تکیه‌گاهی برای توپولوژی عمومی به‌شمار می‌آمد، می‌بالید.

وی در دوران اقامت در چرنوویتس به‌سوی میجشی که بعدها به‌صورت آنالیز تابعی درآمد، کشانده شد. حساب وردشها انگیزه نیرومندی برای مطالعه تابعکها — یعنی تابعهایی که روی مجموعه‌های توابع و نه مجموعه‌های نقاط تعریف می‌شوند — ایجاد می‌کند. هان مقاله‌ای مروری دربارهٔ عملگرهای انتگرالی نوشت و نظریهٔ طیفی هاینر در باب صورتهای متعامد کراندار را بسیار اعتلا بخشید و آن را در چارچوب انتگرالگیری ابگ بیان کرد.

دوران پرتلاطم

هنگامی که جنگ جهانی در گرفت، هان در ارتش اتریش ثبت‌نام کرد. در سال ۱۹۱۵ در جبههٔ ایتالیا مجروح شد و ریه‌اش به سختی آسیب دید؛ از بیماری بهبود یافت اما آینده‌اش تیره و تار به نظر می‌رسید. ارتش روسیه

هان مسأله‌ی را که ابگ مطرح کرده بود حل کرد یعنی نشان داد که اگر مشتق بتواند مقادیر نامتناهی داشته باشد، قضیهٔ بنیادی دیگر برقرار نیست؛ و قضیه‌ای نظیر قضیهٔ حاصلضرب ویرشتراس را برای توابع تمام‌مرتبه با دو متغیر مختلط ثابت کرد. همچنین از نخستین کسانی بود که اهمیت فضاهای توپولوژیک فرشه را درک کرد و فضاهایی را که توابع پیوستهٔ غیرثابت می‌پذیرند، به دقت مشخص نمود، و اثباتی از قضیهٔ ژوردان برای چندضلعیها عرضه کرد که در آن فقط از اصول موضوع هیلبرت برای هندسهٔ اقلیدسی مسطحه استفاده کرده و ملاحظات مربوط به پیوستگی را کنار گذاشته بود.

هان تعمیم این نتیجه به ابعاد بالاتر را به یکی از دانشجویان دختر — که تعدادشان امروز هم کم است — محول کرد. آن دانشجو لیلی مینور نام داشت و زمانی که حاصل کارش را انتشار داد به همسری هان در آمده بود. وی کار فعالیت علمی را کنار گذاشت ولی علاقه‌اش به موضوع را تا آخر عمر حفظ کرد و خانه‌اش بعدها کانون تجمع ریاضیدانان وین شد.

بلیط چرنوویتس

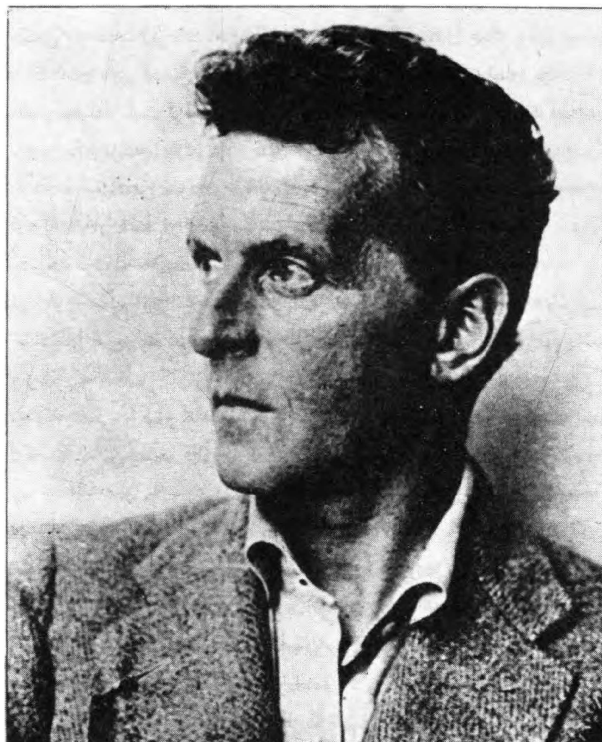
هان مراحل پیشرفت در حرفهٔ دانشگاهی را چنان که باید و شاید طی کرد. در اتریش «امپراتوری و پادشاهی» (*kaiserlich und königlich*) اختصاراً، k.u.k. این عنوان در زمان روبرت موزیل به‌نام مردی بدون صفات ممیزه به‌صورت *Kakanien* در آمده است. ضمناً اواریش قهرمان این داستان ریاضیدانی اهل وین و تقریباً هم‌سن و سال هان بود، هر عضو کادر علمی باید خدمات دانشگاهی خود را از استادی موقت در یک شهر دورافتاده شروع می‌کرد. هان نیز همچون اشیریش کار دانشگاهی خود را از شهر چرنوویتس^۲ آغاز کرد که درست در مرز امپراتوری هابسبورگ و روسیه تزاری واقع بود و برای رسیدن از وین به آنجا باید بیست و شش ساعت راه خسته‌کننده با قطار طی می‌شد. عقیده بر این بود که استادان جوان باید کسب تجربه کنند و صلاحیت خود را نشان دهند تا بتوانند در دانشگاه معتبرتری چون دانشگاه پراگ یا گراتس و نهایتاً دانشگاه وین کار بگیرند. در آن زمان بازیگران جوان تئاتر هم که می‌خواستند سرانجام در تئاتر مهمی در وین مشغول کار شوند باید مسیر مشابهی را طی می‌کردند. نیازی به گفتن ندارد که خیلیها در میانهٔ راه می‌مانند. ولی هان ظاهراً هرگز شک نداشته است که مسیر شغلیش او را به وین باز خواهد گرداند. وقتی با دوستانش (البته در یک قهوه‌خانه) خداحافظی می‌کرد، نقشه‌هایش را برای زمان پس از بازگشت اعلام کرد؛ بحثها ز سر گرفته خواهد شد ولی این بار «به کمک فلاسفهٔ دانشگاهی» (نه «فلاسفهٔ قهوه‌خانه‌ای») که فراوان بودند. ۱۲ سال طول کشید تا به این هدف برسد.

عتماد به نفس هان خیلی زود با کسب موفقیت مهمی تقویت شد. وی مسألهٔ مشخص‌سازی توپولوژیک تصویرهای پیوستهٔ بازه‌های فشرده را حل کرد. حدود بیست سال قبل از آن، پئانو و هیلبرت جهان ریاضی را با نشان دادن خمهای فضایی‌کن شگفت‌زده کرده بودند (به مقاله‌ای به قلم ساگان^۳ که در صفحهٔ ۳۷ شمارهٔ ۴ سال ۱۹۹۳ مجلهٔ *اینتلجنسر* چاپ شده، مراجعه کنید). تعریف قدیمی و متداول خم به‌عنوان تصویر پیوستهٔ بازه‌ای فشرده، حال باستانی با احتیاط مورد استفاده قرار می‌گرفت زیرا معلوم شده بود که شباهتی مانند مربع کامل که شباهتی به خم ندارند در آن تعریف صدق می‌کنند البته

1. Mazurkiewicz

1. Czernowitz

2. H. Sagan



لودویگ ویتگنشتاین؛ وقتی کتاب راسل انتشار یافت، ویتگنشتاین در یک اردوگاه در اسارت ارتش ایتالیا به سر می برد. وی دستنویس رساله اش را در کوله پشتی اش گذاشته بود. بعدها در یک مدرسه ابتدایی در اتریش سفلی به معلمی پرداخت و مدتی هم باغبانی کرد. هنگامی که با هان آشنا شد، مشغول ساختن خانه ای به سبک خیلی مدرن برای خواهرش مارگارت بود. از آن زمان به بعد، شغل ویتگنشتاین در گذرنامه اش «آرشیستکت» ذکر می شد.

سال از ارائه رساله باناخ گذشته بود (هر دو مقاله در سال ۱۹۲۲ به چاپ رسیدند). آن رساله با تعریف فضای برداری نرم دار کامل آغاز می شد و شامل قضیه ای بود که هان هم استفاده شایانی از آن کرد و امروز اصل کرانداری یکنواخت نامیده می شود.

حلقه تشکیل می شود

در سال ۱۹۲۱ اشریش بازنشته شد و هان برای تصدی کرسی استاد راهنمای سابقش به وین بازگشت (در ردیف متقاضیان این کرسی، رادون و نیتسه پس از هان قرار گرفته بودند). هان در بن دبستگی را به فلسفه از دست نداده بود و در واقع، به تازگی پارادوکسهای بنیهایت بوانسانو را ویرایش کرده بود (بوانسانو کشیش کاتولیکی بود که در پراگ زندگی می کرد و پیش از وایرشتراس، کانتور، و حتی پوانکاره، به برخی از ایده ها و نتایج آنها رسیده بود اما دستگاه کلیسا مدتها با کارهای او مخالفت ورزیده بود). چند ماهی پس از آنکه هان پست خود را در وین تحویل گرفت، کرسی فلسفه که زمانی از آن مایع بود، دوباره خالی شد. اکنون هان فرصتی برای جذب «فلسفه دانشگاهی» پیدا کرده بود، فرصتی که آرزوی آن را داشت. او دانشکده و وزارتخانه ها را ترغیب کرد که موریتس شلیک آلمانی را به تصدی این کرسی

چرنوویتس را به سرعت اشغال کرده و او خانه و کارش را از دست داده بود. هان مجبور شد مدتی در یک مدرسه نظامی تدریس کند. باین حال، وقت کافی برای نوشتن رسالات مهمی درباره آنالیز همساز و نظریه انتگرالگیری پیدا کرد. بعد از مدتی اوضاع دوباره روبه راه شد. در ۱۹۱۷ در بن استاد شد. کمی بعد، با بخش کردن اعلامیه به هواداری از صلح، سروصدایی به پا کرد. دوست نزدیکش شومپتر^۱ که او نیز از چرنوویتس به بن رفته بود، گفته است که این جریان باعث شد هان در دانشگاههای آلمان «عنصر نامطلوب» شناخته شود. (تقریباً در همین زمان، برتراند راسل به خاطر نظرات صلح طلبانه اش زندانی بود. وی اوقات خود را در زندان به نوشتن مدخلی بر فلسفه ریاضی می گذراند.)

هان بعضی از بهترین دستاوردهایش را در دوران پراشوپ پس از سقوط امپراتوریهای آلمان و اتریش عرضه کرد. مثلاً «قضیه ساندویچ» معروف خود را ثابت کرد (قضیه ای که می گوید اگر تابعی نیمه پیوسته از بالا همه جا کوچکتر از تابعی نیمه پیوسته از پایین باشد، می توانیم تابعی پیوسته بین آنها «جا دهیم»). همچنین مجموعه نقاطی را که یک سری مرکب از توابع پیوسته، به عنوان اجتماع شمارایی از مقاطع شمارای مجموعه های باز، در آن نقاط واگراست، مشخص کرد؛ و نشان داد که اگر تابعی نسبت به هر یک از متغیرهایش $x_1, \dots, x_n$ پیوسته باشد آنگاه نقاط پیوستگی آن در هر ابرصفحه ثابت $x_i = c_i$ چگال اند. هان همچنین کشف کرد که هر اندازه علامتدار را می توان به صورت تفاضل دو اندازه مثبت نوشت؛ و این نتیجه مرتبط با کار ژوردان است که تابعی با تغییرات کراندار را به صورت تفاضل دو تابع یکنواصعودی نمایش داد (این موضوع امروز به نام قضیه تجزیه هان-ژوردان شناخته می شود). و نیز هان در مقاله دیگری با استفاده از نتایج ریس^۲ درباره نمایش و همگرایی عملگرهای درونیایی بر فضای توابع پیوسته بحث کرد.

در این زمان زمینه پیدایش آنالیز تابعی فراهم بود و چندی نگذشت که هان یکی ز بنیانگذاران آن شد او دنباله پژوهشهای ادوارد هلی ریاضیدان جوان اهل وین را گرفت. هلی پیش از آنکه در جنگ ناپدید شود، مقاله بسیار مهمی در زمینه عملگرهای خطی در فضاهای بینهایت بعدی نوشت. در ۱۹۲۰ دوباره سروکله اش پیدا شد. معلوم شد که تقریباً شش سال اسیر جنگی بوده و از ماجراهای بسیار خطرناکی در اردوگاههای اسیران جنگی از سیبری تا مصر جان به در برده است. ولی توان ریاضیش از بین نرفته بود و تحقیق پیشگامانه خود را در زمینه دستگاههای معادلات خطی با بینهایت متغیر از سر گرفت. هان این موضوع را بسط داد و در مقاله واقعاً شگفت آوری که یکی از شالوده های اساسی آنالیز تابعی به شمار می رود، منتشر کرد. وی نشان داد ۲۳ مسأله را که ظاهراً هیچ ربطی به هم ندارند می توان در همین قالب حل کرد، و کافی است یک ساختار خطی با یک نرم و یک خاصیت کمال داشته باشیم. هارو هویزر^۳ کار وی را چنین فرموله کرد:

[هان] در اساس کاری نکرد جز افزودن یک فضای خطی تعریف شده با اصول موضوع به نرم هالی که آن هم با اصول موضوع تعریف شده بود.

همین فضاست که فرشه بعدها آن را فضای باناخ نامید (و باناخ، از روی فرونتی، فضای از نوع B نام نهاد). در واقع وقتی مقاله هان در آمد، یک

1. Schumpeter 2. Riesz 3. Harro Heuser

همکاران: هلی و رایده مایستر



ادوارد هلی: هلی فقط پنج مقاله پژوهشی نوشت ولی همه آنها طراز اول و ماندگار بودند. در سالهای دهه ۱۹۲۰، هان و هلی معمولاً برای بحث درباره بعضی موضوعها در کافه سانتال وین با هم ملاقات می کردند. در همین دوران اشتفان باناخ و «شوالیه‌ها»یش نیز برای بحث در همان موضوعها در کافه اسکاتلندی اووف گرد می آمدند. هلی از ۱۹۱۵ تا ۱۹۲۰ اسیر جنگی بود. در وین نخست در یک بانک و سپس در یک شرکت بیمه به کار پرداخت ولی هر دو مؤسسه ورشکست شدند. پس از آنکه به خاطر مسائل نژادی مورد ایداع و آزار نازیها قرار گرفت به ایالات متحده گریخت. در ۵۰ سالگی استاد ریاضیات در شیکاگو شد ولی چند هفته بعد بر اثر حمله قلبی در گذشت.

کورت رایده مایستر: رایده مایستر در نتیجه تلاش هان استاد هندسه در دانشگاه وین شد (۱۹۲۳-۱۹۲۵). وی نخستین کتابش را به هانس هان تقدیم کرد. از لحاظ سیاسی، با هانس همعقیده بود و این عقیده برایش به قیمت از دست دادن کرسی استادی در کونیگسبرگ تمام شد. رایده مایستر در توضیح و تشریح رساله رینگشتاین برای اعضای حلقه نقش اساسی داشت و کنفرانس معروف ۱۹۳۰ کونیگسبرگ در زمینه فلسفه ریاضی را او سازماندهی کرد.

و (البته) جلسات قهوه‌خانه‌ای ترتیب دادند که ثمرات چشمگیری به بار آورد. جوانانی که آینده درخشانی برایشان پیش‌بینی می شد گرد آنها جمع شدند. به توصیه هان، ریاضیدان ۳۰ ساله آلمانی کورت رایده مایستر به دانشجویی هندسه منصوب شد. وی که چندی بعد شهر و نشان خود را در هندسه و نظریه گرهمها به جا گذاشت، بلافاصله جذب حلقه شد. کارناپ فیلسوف آلمانی، جوان دیگری بود که به حلقه پیوست. وی بعدها پایداریترین عضو حلقه در دوران تبعید و پراکندگی بود.

در میان دانشجویان دوره کارشناسی که حق جدید و پرشور مؤسسه ریاضیات آنها را به شوق آورد، سه عجبویه بارزتر از همه بودند: یکی کارل پوپر که اولین برخوردش با حساب دیفرانسیل و انتگرال او را مأیوس کرده بود و حال از وضوح و روشنی درسهای هان لذت می برد؛ ولی ستاره اقبال او خیلی بعد طلوع کرد. دیگری کورت گودل، جوانی کم حرف اما سختکوش و پرشور اهل برنو واقع بر مرز جدید اتریش با چکسلواکی، که در سمینار هان درباره پرنیکیپا

بگمارند. اشلیک بابان نامه خود را زیر نظر ماکس پلانک گذرانده بود و بنابراین، مانند ماخ و بواتسمن، زمینه فیزیکی داشت. دیدگاه فلسفی او عمیقاً متأثر از دیدگاه ینشتین بود که روابط نزدیکی با او داشت.

اشلیک، هان، و نویرات (که پس از دورانی پراشتهاب که به زندانی شدنش به جرم «خیانت به کشور» یعنی تلاش برای سرنگونی حکومت باواریا انجامیده بود به وین برگشته بود) هنوز به چهل و پنج سالگی نرسیده بودند که اعضای ارشد حلقه وین محسوب می شدند. کارل پوپر در این باره چنین می گوید:

آن طور که بعدها از چند تن از اعضای حلقه وین شنیدم، هان بنیانگذار معنوی حلقه بود و نویرات، شوهر خواهرش، سازمان دهنده آن ... گمان می کنم اشلیک در آغاز نوعی رئیس افتخاری بود، ولی بعداً خیلی فعال شد.

این سه نفر برنامه‌های جدی برای برگزاری سخنرانیهای عمومی، سمینارها،

شاگردان: گودل، منگر، و پوپر



کورت گودل: در ۱۹۳۹ رئیس دانشکده نوشت: «گودل شهرت زیادی در رشته‌اش، که در مرز ریاضیات و منطق واقع است، دارد؛ معلمش، پرونسور هان یهودی، نیز توجه زیادی به این مبحث داشت. ... گودل در زمانی به مرحله بلوغ رسید که ریاضیات در وین کاملاً «یهودی‌شده» بود. وی روابط چندین دوستانه‌ای با ناسیونال سوسیالیسم نداشته است، و احتمالاً نخواهد توانست از پس مشکلاتی که به عنوان نماینده آلمان جدید در ایالات متحده خواهد داشت بر آید.»

کارل پوپر: هدف پوپر این نبود که ریاضیدان حرفه‌ای شود. «من فقط به این دلیل ریاضیات را مطالعه می‌کردم که می‌خواستم چیزی بیاموزم.» مقاله آخر پوپر با این جمله‌ها پایان می‌یابد: «چند هفته پیش از مرگ هان نامه دوستانه‌ای از او دریافت کردم که از من می‌خواست در خانه‌اش به دیدارش بروم. ... باز هم تأثیری که بر شخص می‌گذاشت فوق‌العاده بود. هنوز هم پرشور و منضبط بود، ولی دیگر آدم کمال‌گرای دست‌نیافتنی و دیرجوشی نبود و انسانی صمیمی و پرمحبت شده بود. به تازگی نمونه‌های چاپی کتاب منطق را خوانده بود و می‌خواست نظرش را درباره آن به من بگوید. نظرش آن قدر مثبت بود که بیش از آن قابل تصور نبود و از من دعوت کرد باز هم پیش او بروم، و این آخرین خاطره من از هان است.



کارل منگر: پوپر درباره نخستین سالهای تحصیل او در دانشگاه نوشت: «از کارل منگر هم باید نام ببرم که هسن من بود و به وضوح نابغه‌ای بود [با ذهنی] سرشار از اندیشه‌های نو و مهیج». نخستین ملاقات منگر با هان (در سمیناری درباره مفهوم خم) انگیزه‌ای در او ایجاد کرد که به توفیق‌آتش در تئورولوژی انجامید. منگر نوشت: «سخنرانی‌های عمومی هان از نهایت وضوح برخوردار بود، ولی درسهای روزانه‌اش را هم با وسواس زیاد تهیه می‌کرد. وی از روشی استفاده می‌کرد که هرگز ندیده‌ام کس دیگری به این خوبی به‌کار برد: با گاه‌هایی تقریباً نامحسوس پیش می‌رفت و در پایان هر ساعت، حضار از انبوه مباحثی که مطرح شده بود، حیرت می‌کردند.

باشد. هان در ۱۹۲۷ مقاله‌ای در مجله کرله درباره «دستگاه‌های معادلات خطی در فضاها خطی» نوشت که در آن یک قضیه توسعه را، تقریباً به‌عنوان یک نتیجه جنبی، ثابت کرد: هر عملگر خطی را می‌توان از یک زیرفضا به کل فضای باناخ توسعه داد. بعدها این قضیه پیامدهای عظیمی داشت. دیودونه در تاریخ آنالیز تابعی می‌گوید:

حفاً می‌توان گفت با این مقاله بود که نظریه دوگانی موقعیت شایسته خود را پیدا کرد

و در آنالیز تابعی هاوزر آمده است:

مبالغه نیست اگر [این قضیه را] در شاهوار آنالیز تابعی بنامیم.

دو سال بعد باناخ همین قضیه را با استفاده از همان تکنیک استقرای ترامتاهی [ترانسفینی] ثابت کرد. اعضای مکتب لهستانی، و به‌خصوص مازور^۱ جوان، کارایی خارق‌العاده این نتیجه را به‌سرعت تشخیص دادند. ولی این بار هان از باناخ پیشی گرفته بود. رهبر لهستانی آنالیز تابعی اقدام لازم و مناسب را انجام داد و طی نوشته‌ای در استودیو فضل تقدم هان را به رسمیت شناخت.

در سال ۱۹۲۸، بولونیا میزبان کنگره جهانی ریاضیدانان بود. در این کنگره برای اولین بار پس از جنگ جهانی، ریاضیدانانی از «دول مرکزی»^۲ سابق دعوت شده بودند. هان برای سخنرانی انتخاب شد، اما نه در زمینه تحقیقاتش در آنالیز تابعی بلکه درباره تصویب‌های پیوسته بازه‌های فشرده. وی با استفاده از برخی کارهای جدید هاوزدورف، اثبات بسیار زیبا و فشرده‌ای برای قضیه مشخص‌سازی، که منسوب به مازورکیویچ و خود اوست، ابداع کرده بود.

شخصترین چهره کنگره ۱۹۲۸، البته، داوید هیلبرت بود که ورودش در رأس هیأت آلمانی با استقبال و ابراز احساسات شدید روبه‌رو شد. وی این بار نیز، مانند کنگره ۱۹۰۴ که ۲۳ مسأله معروف را در آنجا عرضه کرد، جامعه ریاضی را به حل معضل مهمی فرا خواند. هیلبرت دوست داشت که ببیند ریاضیات بر پایه مطمئنی استوار شده است. وی سالها از برنامه اثبات سازگاری دستگاه‌های اصل موضوعی صوری با وسایل متناهی، دفاع کرده بود. در این کنگره چهار مسأله حل‌نشده درباره سازگاری و تمامیت دستگاه‌های مختلفی که منطق مقدماتی، نظریه اعداد، و آنالیز مبتنی بر آنهاست، مطرح کرد. وی فوق‌العاده مطمئن بود و حتی ادعا کرد—ادعایی که بعداً معلوم شد غلط بوده است—که سازگاری نظریه اعداد قبلاً ثابت شده است و گفت که حل کامل این مسأله «نیاز به همکاری نسل جوانتر ریاضیدانان دارد که با سختکوشی و تمرکز فکر و توجه، به آن بپردازند». هان از هر فرصتی استفاده کرد تا دیدگاه‌های هیلبرت را به حلقه وین منتقل کند و بقبولاند، و گودل جوان را—دانشجویی که آن‌قدر در سمینار پریشکیپا ماتماتیکا خوب درخشیده بود—تشویق کرد که به این مسأله بپردازد.

رساله‌ای که حلقه را مجذوب خود کرد

در این زمان پیشوای فکری دیگری جای برتراند راسل را در نظر اعضای حلقه

1 Mazur

۲. کشورهای آلمان و اتریش و متحدان آنها که در جنگ جهانی اول با انگلیس و فرانسه و همپیمانان می‌جنگیدند.

ماتماتیکا نجسین و احترام همه شرکت‌کنندگان را برانگیخت، و بالاخره، ستاره بی‌چون و چرا در میان تمام دانشجویان، کارل منگر پسر کارل منگر اقتصاددان مشهور بود (که ضمناً در گذشته معلم خصوصی رودولف ولیمهد اتریش معروف به «مایرلینگ اندوهگین» بوده بود). وی به یاد می‌آورد که

در مارس ۱۹۲۱—که من فقط یک ترم در دانشگاه گذرانده بودم—هانس هان به عضویت هیأت علمی ریاضی در آمد. نخستین اطلاعاتی که صادر کرد، اعلامیه برگزاری سمیناری درباره مفهوم خم بود... من تردید داشتم [که در آن شرکت کنم]، ولی بالاخره دل به دریا زدم و در نخستین جلسه سمینار حاضر شدم. هان بدون مقدمه به تشریح مسأله دقیق‌سازی مفهوم خم پرداخت، مفهومی که همه در ذهن دارند ولی هیچ‌کس نتوانسته بود آن را بیان کند... من گیج و متحیر شدم... پس از یک هفته تفکر و غرق شدن در مسأله، راه‌حلی به هان ارائه دادم که مبتنی بر ساده‌ترین مفاهیم نظریه مجموعه‌ها بود... هان قبول کرد که راه پیشنهادی من احتمالاً شیوه ثمربخشی برای پرداختن به مسأله خواهد بود.

منگر چند هفته بعد دچار بیماری ربوی سختی شد و ناچار گشت پیش از یک سال در آسایشگاه به‌سربرد. هنگامی که به مؤسسه برگشت، چند مقاله مهم و اساسی درباره مفهوم بُعد با خود آورد و همین مقاله‌ها باعث شد به‌سرعت زیر نظر هان درجه دکتری بگیرد (آنها نمی‌دانستند که اوریسون ریاضیدان روس بسیاری از همان نتایج را در همان زمان به دست آورده اما پیش از آنکه آنها را انتشار دهد، در اثر سانحه‌ای در گذشته است). هان منگر را تشویق کرد که برای دوره پس از دکتری به آمستردام برود. در آنجا ممکن نبود کسی به توپولوژی و مبانی ریاضیات علاقه‌مند باشد و مجذوب کارها و شخصیت پراعتبار براونر نشود. یکی دیگر از دانشجویان هان، یل ویتلود هورویچ^۱، به‌زودی به دنبال منگر به آمستردام رفت. توپولوژی‌دانان نوحاسته دیگر مدتی در وین ماندند و تأییدیه صلاحیت خود را برای تدریس از کمیته‌هایی که ریاست آنها با هان بود، دریافت کردند: یکی از آنها ائریولد ویتریس^۲ بود (همان که به‌خاطر دنباله‌های مایر-ویتورویوس معروف است) که مدتی قبل صد و چهار سالگی خود را جشن گرفت. دیگری گئورگ نوبلینگ بود که مدتی با منگر همکاری نزدیک داشت.

هان قبلاً در زمینه تبدیلات فوریه، تقریباً به همان شیوه وینر در آنالیز همسان عمومی‌اش، کار کرده بود ولی با توجه به همگرایی نقطه به نقطه نه همگرایی در میانگین مربع، اما اینکه علاقه فزاینده‌ای به آنالیز تابعی پیدا می‌کرد. وی مثلاً از آنالیز تابعی برای روشن ساختن نقش ضرایب لاگرانژ در حساب وردشها و برای بحث در روشهای مجموعه‌یابی استفاده کرد (از جمله، قضایای از دنباله‌های پوچ عرضه کرد که گاه «فضای دنباله‌ای هان» نامیده می‌شود). مناسبات نزدیک هان با هلی، برایش یک منبع الهام دائمی بود. هانی که کار ثابت و منظمی در دانشگاه پیدا نکرده و مجبور شده بود اول در یک بانک و بعداً در یک شرکت بیمه عمر کار کند، به پژوهشهای پیشگامانه‌اش در آنالیز تابعی ادامه می‌داد. همچنین ممکن است هان تحت تأثیر قضیه توسیعی که دوستش تیتسه در مورد توابع پیوسته کراندار عرضه کرد، قرار گرفته

1. Hurewicz

2. Vietoris

دانشگاههای ایالتی نمی‌فرستاد زیرا دیگر ایالات چندانی برای این کشور باقی نمانده بود). منگر آمستردام را با نوعی احساس آسودگی ترک کرد؛ مناسبات او با برآور بر سر اختلافی در مورد تقدم [در اکتشاف] تیره شده بود. باین حال، منگر و هان برآور را به وین دعوت کردند. بعضی از اعضای حلقه وین به اصرار از ویتگنشتاین تقاضا کردند در یکی از سخنرانیهای او حضور یابد. هنگامی که، پس از مدتی، لطف کرد و در سخنرانی حضور یافت، هان با آغوش باز از او استقبال کرد و اصرار داشت که در جایی در ردیف جلو بنشیند. ولی او با اجنی نسبتاً تند، و مطابق شیوه توله‌سوی‌وار خود، اصرار کرد که در یک جای عادی در ردیف پنجم بنشیند. ویتگنشتاین به وضوح مجذوب سخنرانی برآور شد؛ در میان خوشنودی همگان، درگردهمایی معمول پس از جلسه که طبعاً در قهوه‌خانه تشکیل می‌شد شرکت جست و در آنجا ناباورانه دیدند که دوباره درباره فلسفه صحبت می‌کند. مانند این بود که در بجه سد را گشوده باشند. معلوم شد حرفی برای او باقی مانده است که بزند. ویتگنشتاین که توادری دوباره بافته بود به زودی به کمبریج بازگشت و دیگر هرگز فلسفه را رها نکرد، و اغلب موضعی می‌گرفت که با مواضع رساله مغایر بود. وی کار انتشار یادداشت‌هایش را (که می‌خواست پس از مرگش منتشر شود) به گروهی از شاگردان علاقه‌مند و سختکوش خود وا گذاشت.

راه کونیکسبرگ

گودل جوان هم در سخنرانی برآور حضور یافته بود. وی علاوه بر آنکه بی‌سروصدا در جلسه عصرهای پنجشنبه حلقه شرکت می‌کرد و منطق ریاضی را به‌طور اختصاصی به کارناب درس می‌داد، دائماً روی رساله‌اش کار می‌کرد، و کتاب مقدمه‌ای تازه انتشار یافته هیلبرت و آکرمن را (که ضمناً در آن دو بار به کارهای آلگا خواهر هان رجوع داده شده بود) به دقت مطالعه کرده بود. تا اواسط ۱۹۲۹ گودل چهارمین مسأله از مسائل هیلبرت در سخنرانی بولونیا را حل کرده بود؛ این مسأله عبارت بود از اینکه منطق مرتبه اول کامل است یعنی هر گزاره صادق را می‌توان از اصول موضوع آن استخراج کرد. (منطق مرتبه اول، این حکم را مجاز می‌دارد که $f(x)$ به‌ازای هر x برقرار است، ولی گفتن اینکه $f(x)$ به‌ازای هر f برقرار است مجاز نیست) هان خوشحال شد و مقاله گودل را با شتاب در مجله موناتشهفته^۱ به چاپ رساند؛ این مجله ریاضی را فون اشیریش بنیان نهاده بود و اکنون ویرتینگر و هان ویراستاران آن بودند. کنگره بعدی ریاضیدانان آلمانی قرار بود در کونیکسبرگ برگزار شود. با توجه به حضور رایده مایستر در آنجا (که کتاب مبانی هندسه‌اش را به تازگی به پایان رسانده و آن را به هان تقدیم کرده بود) تشکیل گردهمایی دیگری در کنار این کنگره، یعنی برگزاری اولین کنفرانس بین‌المللی فلسفه ریاضیات، کار دشواری نبود. حلقه وین تصمیم گرفت با تمام قوا در این کنفرانس شرکت کند. کونیکسبرگ هم زادگاه کانت بوده است و هم زادگاه هیایرت. شاید قویترین عامل پیوند بین اعضای حلقه وین، مخالفتی بود که با تمام وجود با دیدگاههای کانت داشتند. ولی این بار نوبت داوید هیایرت محترم بود که ضربه‌ای بر او وارد شود. در خاطرات روزانه کارناب چنین آمده است: «(۲۶ اوت، ۱۹۳۰، ۶ تا ۸٫۵، در قهوه‌خانه کافه رایشسرات» با فیگل، گودل، و بعداً وایزمن. نقشه سفر به کونیکسبرگ با کشتی. اکتشاف گودل: ناتمامیت نظام پرنیکپا ماتماتیکه گودل با استفاده از روش قطری‌سازی مبتکرانه‌ای، جمله‌ای ساخته

وین گرفته بود و اولودویگ ویتگنشتاین بود که هم خیلی نزدیکتر و هم خیلی دورتر از او بود. این وینی نامتعارف، که قبل از جنگ در کمبریج شاگرد برتراند راسل بوده و در سنگرهای آکراین و اردوگاههای ایتالیایی اسیران جنگی رساله‌ای نوشته بود که آن را با فروتنی تمام «پاسخ نهایی مسائل فلسفه» می‌دانست، در پیدا کردن ناشر برای این اثر موجز، موسوم به رساله مطلق-فلسفی، دچار مشکلات فراوان شده بود. ویتگنشتاین یکی از هنگفت‌ترین ثروتهایی را که کسی در اروپا ممکن بود داشته باشد به ارث برده بود (پدرش پیش‌بینی عجیبی در مورد تحولات فاجعه‌بار در اروپا کرده و ثروتش را به آمریکا انتقال داده بود و این ثروت در دوران جنگ زیادتیر شده بود)، ولی آن را به دیگران بخشیده بود. او نه می‌خواست و نه می‌توانست هزینه‌هایی را که ناشران طاب می‌کردند برای انتشار «پاسخهای نهایی» اش بپردازد. البته خواهرش به آسانی می‌توانست به او کمک کند.

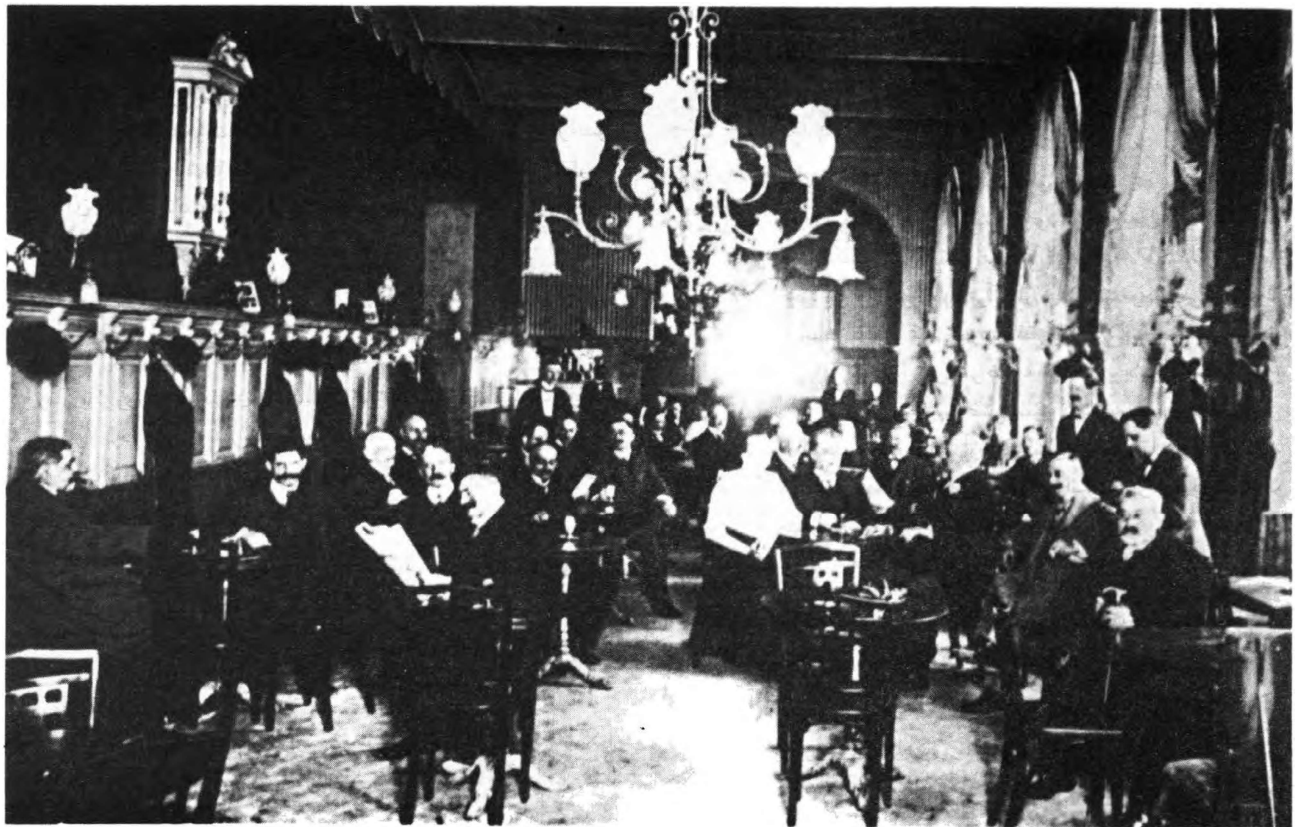
ماگارت استونیورو ویتگنشتاین، که پرتیر او یکی از بهترین کارهای گوستاو کلیمت است، بودجه‌ای برای کمک به انتشار آثار مؤلفان شایسته در نظر گرفته بود (بعضی از مقاله‌های هان با کمک مالی او منتشر شده بود). اما این کمک خوارانه در نظر ویتگنشتاین تحقیرآمیزتر از آن بود که به آن رضایت دهد. بالاخره پس از گذشتن پنج سال و افزوده شدن پیشگفتاری به قلم برتراند راسل، رساله از چاپ درآمد. در این ضمن ویتگنشتاین معلم مدرسه ابتدایی در یک روستای اتریش سفلی شده بود، و در آنجا با کودکان کشاورزان آمرانه و ظالمانه رفتار می‌کرد، همان‌طور که در دوران کیمبریج با برتراند راسل و جان مینارد کینز رفتاری متفرعانه و تکبرآمیز داشت.

این کتاب کم‌برگ توجه رایده مایستر را به خود جلب کرد؛ [زیرا به نظرش] واضح بود اثری که مؤلفش دوست راسل بوده، شایسته خوانده شدن است. اما معلوم شد مطالعه آن آسان نیست. حلقه یک سال تمام وقت صرف کرد تا کتاب را جمله به جمله مورد بحث قرار دهد. نویرات «بت‌شکن»^۱ آن را متافزیک نامید — و این تندترین کلامه‌ای بود که در حلقه برای انتقاد به‌کار می‌رفت. باین حال، هان پس از پاره‌ای دشواریهای اولیه نظر مساعد حلقه را نسبت به دیدگاههای این اثر درباره ریاضیات و منطق کاملاً جلب کرد، و پیروفسور اشلیک مهربان و مؤدب به همراه تنی چند از دوستان همفکر با قطار به روستای محل سکونت ویتگنشتاین رفت و با حالتی فروتنانه در خانه پیشوا را زد. اما در باز نشد و آنها ناخشنود بازگشتند. بعداً معلوم شد پیشوا به وین برگشته است. ویتگنشتاین در بدرفتاری با کودکان دبستانی زیاده‌روی کرده بود و مجبور شده بود قبل از اینکه خواستار استعفايش شوند خودش شغل معلمی را رها کند.

بالاخره خواهر ویتگنشتاین مهمانی شامی ترتیب داد تا آن فیلسوف دانشگاهی با برادر تندخوش ملاقات کند. اشلیک سرخوش و شادمان به خانه برگشت. ویتگنشتاین در آن شب با آنکه به زعم خودش حرفی نمانده بود که درباره فلسفه بزند، مؤدبانه رفتار کرده بود. اصرار اشلیک و دستیارش وایزمن بالاخره او را نرم کرد و پس از چند ماه موافقت کرد که به‌طور منظم با چند عضو برگزیده حلقه ملاقات کند به‌شرط اینکه بحثها فلسفی نباشد.

در ۱۹۲۷ رایده مایستر به تصدی یک کرسی دانشگاهی در کونیکسبرگ دعوت شد. هلی با سرخوردگی شاهد گزینش کارل منگر، که هنوز ۲۶ سال هم نداشت، به جانشینی وی بود (اتریش دیگر استادان جوان خود را به

۱. اشاره به روحیه انتقادی نویرات نسبت به نظریات رایج.



پتوهای نوب: گودل برای نخستین بار در «کافه رایسبرات» قضیه ناتمامیت خود را به اطلاع کارناب رساند. اعضای حلقه وین معمولاً در قهوه‌خانه‌های مختلف با یکدیگر دیدار می‌کردند؛ محل جلسه‌هایی که پنجشنبه‌ها، هر دو هفته یک بار، تشکیل می‌شد، اتاق سمینار مؤسسه ریاضیات بود. پس از جلسه‌ای که در آن اشلیک، هان، نویرات، و وایزمن درباره زبان صحبت می‌کردند، گودل نزد منگر اعتراف کرد: «هر چه بیشتر درباره زبان می‌اندیشم، بیشتر تعجب می‌کشم که مردم اصلاً حرف هم را می‌فهمند».

ماجرای می‌نمایاند، آمده است. در آغاز این مباحثه، هان که ریاست جلسه را به عهده داشت متکلم وحده بود و سخنان مبسوطی درباره جایگاه ریاضیات در فلسفه تجربه‌گرا ایراد کرد که قویاً در جهت دیدگاه منطق‌گرایانه راسل (و ویتگنشتاین) بود. پس از آن، کارناب با این پیش‌فرض که اثباتی از سازگاری یافت شود (!) به طرز مبهمی سعی در تلفیق صورتگرایی و منطق‌گرایی کرد. بعد مباحثه کوتاهی بین جان فون نویمان و هانس هان درباره نقش شایسته اصل موضوع تحول‌پذیری در گرفت و سپس هی‌تینگ استدلالی درباره سازگاری شهودگرایی و صورتگرایی، باز تحت فرض اثبات سازگاری، بیان داشت. در این هنگام بود که گودل وارد بحث شد. نخست نکاتی درباره نقش محک سازگاری برای نظریه‌های صوری عنوان کرد؛ از این نکات چنین بر می‌آید که وی تصمیم داشته در آن موقع ذکری از قضیه ناتمامیت به میان نیاورد. اما بعد، پس از اینکه فون نویمان مطالبی در وسط سخنان او گفت، از دهانش پرید که گزاره‌های صادقی وجود دارند که قابل اثبات نیستند، بنابراین می‌توان نقیض چنین گزاره‌ای را به اصول موضوع افزود و دستگاهی به دست آورد که درست به اندازه دستگاه قبلی سازگار باشد و در عین حال شامل گزاره‌ای باشد که آشکارا غلط است. به این ترتیب، گودل با بیان چند جمله بحث را از ندس انداخت. این شماره از کننتیس با پی‌نوشتی که گودل به درخواست ویراستار نوشته و در آن به توصیف قضیه ناتمامیت خود پرداخته،

بود که حاکی از اثبات ناپذیری خود بود. این گزاره در یک دستگاه سازگار قابل اثبات نبود، پس صادق بود. در نتیجه، هر دستگاه اصل موضوعی متناهی که آن قدر غنی باشد که حساب را در برگیرد، شامل گزاره‌هایی است که صادق‌اند اما در آن دستگاه قابل اثبات نیستند. به این ترتیب، ضربه بسیار شدیدی بر برنامه هیلیبرت وارد آمد.

کنفرانس کونیگسبرگ، درباره فلسفه ریاضیات، به این منظور برگزار شده بود که مقابله‌ای بین دیدگاه‌های راسل، براوتر و هیلیبرت صورت گیرد. در این کنفرانس هیچ‌یک از این مردان بزرگ حضور نیافتند ولی نمایندگان برجسته و توانایی داشتند: کارناب به طرفداری از منطق‌گرایی، هی‌تینگ به نفع شهودگرایی، و فون نویمان به هواداری از صورتگرایی سخن گفتند. هیلیبرت در شهر بود ولی سرگرم آماده کردن سخنرانی‌اش در مراسمی بود که به مناسبت برگزیده شدنش به شهروندی افتخاری کونیگسبرگ برگزار می‌شد. وی که از نتایج گودل بی‌خبر بود، نظر خود را مبنی بر اینکه هیچ مسأله حل‌ناپذیری در ریاضیات وجود ندارد مطرح کرد و سخنانش را با این عبارت پایان داد: «ما باید بدانیم، ما خواهیم دانست».

در شماره مخصوصی از مجله ارکننتیس^۱، متن سخنرانیهای کارناب، هی‌تینگ، و فون نویمان و نیز خلاصه بحثی تاریخی که جنبه هیجان‌انگیز این

1 Erkenntnis

به پایان می‌رسد.

پس از آن مباحثه جان فون نویمان گودل را کنار کشید و او را وادار کرد نتایجش را به تفصیل شرح دهد. وی بلافاصله به اهمیت این قضیه‌ها پی برد و خیلی زود به نتیجه شگفت‌آوری رسید: اگر دستگاهی سازگار از اصول موضوع آن قدر غنی باشد که حساب را در برگیرد، سازگاریش را نمی‌توان در درون آن دستگاه ثابت کرد. اما گودل نیز در همین ضمن همین نتیجه را به دست آورده بود. پس سه مسأله باقیمانده از چهار مسأله هیلبرت در کنگره بولونیا را حل کرده بود، ولی جوابها مخالف آن چیزی بود که هیلبرت انتظار داشت! این ماجرا تحسین و ستایش جان فون نویمان را برانگیخت. وی فوراً [پذیرش] گودل را به مؤسسه نوینیاد پریشتن توصیه کرد. منگر هم (که در زمان برگزاری گردهمایی‌های کونیکسبرگ در ایالات متحده اقامت داشت) همین کار را کرد. دروین، نشریه مونتسپهته با انتشار دستاورد گودل به پیشرفت کار او کمک کرد و به خاطر همین اثر، تأییدیه صلاحیت او برای تدریس، همراه با شرحی به قلم هانس هان، صادر شد. در این شرح آمده است:

... یک دستاورد علمی درجه اول ... با اطمینان می‌توان پیش‌بینی کرد که این اثر جایگاهی در تاریخ ریاضیات به دست خواهد آورد ... آقای گودل هم اکنون نیز برجسته‌ترین صاحب‌نظر در منطق نمادی و مبانی ریاضیات به‌شمار می‌آید.

وین چند سال کعبه منطق ریاضی بود، و افرادی چون آلفرد تارسکی، ویلارد وان آرمان کواین، آلفرد ای، و جان فون نویمان منظمآ به آنجا می‌رفتند. گودل چند نوشته مهم، به فاصله کوتاهی از یکدیگر، در نشریه منگر به نام ارگنیزه آئشی ماتماتیش کولوکیومز^۱ انتشار داد که سه تا از آنها در پاسخ به مسائلی بود که هان مطرح کرده بود. گرایش کلی این مقاله‌ها، مشروط ساختن دیدگاه شهودگراییانه و تأکید بر عدم کفایت مدلهای متناهی بود. این گرایش با نظریه هان کاملاً مطابقت داشت زیرا وی «شهود» را تحقیر می‌کرد و آن را «نیروی عادت که ریشه در تباهی روحی دارد» می‌خواند، و می‌نوشت:

هیچ اثبات قطعی برای عدم وجود تناقض در نظریه مجموعه‌ها وجود ندارد و بنابراین هیچ اثبات قطعی برای وجود ریاضی مجموعه‌های نامتناهی و اعداد نامتناهی وجود ندارد. اما چنین اثباتی برای حساب اعداد متناهی و ساده‌ترین بخش منطق نیز موجود نیست ... در اینجا می‌توانیم تقریباً با همان اطمینانی که قائل به وجود ریاضی اعداد متناهی هستیم، برای مجموعه‌های نامتناهی و اعداد نامتناهی کانتور هم وجود ریاضی قائل شویم.

افسون ویتگنشتاین

جالب اینجاست که هان هرگز در نوشته‌های فلسفیش به نام گودل اشاره نکرده است؛ ویتگنشتاین هم همین‌طور به نظر آن دو، کار گودل ریاضی است نه فلسفی. مسائل اساسی فلسفه ریاضی به نظر آنها بیشتر به کاربرد ریاضیات در دنیای واقعی مربوط می‌شود تا به تمامیت یا سازگاری، که به عقیده آنها موضوعات داخلی ریاضیات هستند. ویتگنشتاین به وایزمن گفت:

1. Ayer

2. Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums

آیا محاسباتی که ریاضیدانان در طی قرون کرده‌اند ناگهان با پیدا شدن تناقضی در ریاضیات غلط از آب در می‌آید؟ مسلماً نه. هان نیز مانند بیشتر ریاضیدانان همین نگرش عملگرایانه را داشت و با چنین طرز فکری بود که نوشت:

از اینکه تاکنون تناقضی [در منطق جدید] دیده نشده، نمی‌توان نتیجه گرفت که هیچ تناقضی وجود ندارد، همان‌طور که شناخته نبودن آکابی^۱ [زرافه نادر افریقایی] تا سال ۱۹۰۰ دلیل بر عدم وجود این نوع جانور نبود. بر اساسی اطلاعات موجود می‌توان گفت که اثبات قطعی عدم وجود تناقض احتمالاً قابل حصول نیست ... ولی آیا قبول این امر ضربه مهلکی بر دیدگاه منطقگراییانه، که بر طبق آن وجود ریاضی اشیاء کاملاً به عدم وجود تناقض وابسته است، وارد نمی‌آورد؟ به نظر من نه. زیرا در اینجا، مانند هر فضای فکری دیگر، توقع اینکه دانش ما از موضوع قطعیت مطلق داشته باشد توقع زیادی است.

این دیدگاه با اعتقاد هیلبرت کاملاً متفاوت است. هان در مقام فیلسوف اساساً یک تجربه‌گرا^۲ی سرسخت به مفهوم هیومی‌اش بود [و عقیده داشت که]: همه دانش ما از دنیای واقعی باید مبتنی بر تجربه باشد:

من این موضع تجربه‌گرایانه را اتخاذ کرده‌ام نه به این دلیل که آن را از میان دیدگاه‌های متعدد ممکن برگزیده‌ام بلکه به این دلیل که به نظر من تنها دیدگاه ممکن است، زیرا هر دانشی از جهان واقعی که بر اثر تفکر محض به دست آید ... به نظرم کاملاً رازآمیز است.

ولی به نظر می‌رسد ریاضیات، اطلاعاتی به دست می‌دهد که مبتنی بر مشاهده نیست:

من می‌توانم تصور کنم که فردا سنگی که از بالا رها می‌شود به طرف زمین سقوط نکند، اما نمی‌توانم تصور کنم که فردا دو به اضافه دو برابر چهار نباشد. چون قضایای ریاضی را نمی‌توان بنا به تجربه ابطال کرد، نمی‌توان آنها را به تجربه مبتنی نمود.

این مطلب به پرسشی منجر می‌شود که هان آن را پرسش بنیادی می‌نامد:

دیدگاه تجربه‌گرایانه چگونه با کاربردپذیری منطق و ریاضیات در واقعیت جور در می‌آید؟

هان نیز مانند راسل عقیده داشت که ریاضیات بر پایه منطق استوار است ولی در حالی که معمولاً فرض می‌شد قوانین منطق با کایتین ویژگیهای اشیاء سروکار دارند، ویتگنشتاین ادعا کرد که این قوانین به هیچ وجه به اشیاء مربوط نمی‌شوند، بلکه فقط به نحوه صحبت کردن درباره اشیاء مربوط می‌شوند؛ یا به قول هان:

منطق چیزی درباره جهان نمی‌گوید بلکه فقط با شیوه سخن گفتن ما درباره جهان سروکار دارد، و از این نظر واضح است که وجود منطق با موضع تجربه‌گرایانه کاملاً سازگار است.

1. okapi

2. empiricist

است ... زبان ابزاری فوق‌العاده ناقص است که دائماً نشانه‌های بدویت ناکان باستانی ما را آشکار می‌سازد، و [وضعیت آن] مانند [وضعیت] فرد بسیار روشنفکر و آزاداندیشی است که اگر در ترتیب نخستین دور میز نفر سیزدهم باشد، خواه‌ناخواه احساس ناراحتی می‌کند [نشانه‌ای از افکار باستانی را بروز می‌دهد].

این نظر در جمله‌ای که وی‌تگنشتاین سالها بعد نوشت به زبان موجزی بیان شده است:

فلسفه مبارزه با افسون‌شدگی عقل انسان به‌وسیلهٔ زبان است.

سایر نقل قولهایی که هان کرده در حال و هوای تحقیقات فلسفی وی‌تگنشتاین است (که پس از مرگش انتشار یافت) مثلاً

اگر کسی نخواهد استنتاج منطقی را بپذیرد، معنیش این نیست که دربارهٔ امور مختلف عقیده‌ای متفاوت با عقیدهٔ من دارد، بلکه این است که نمی‌خواهد دربارهٔ آنها بر طبق همان قواعدی صحبت کند که من به کار می‌برم؛ معنیش این نیست که نمی‌توانم او را متقاعد کنم، بلکه این است که مجبورم از ادامهٔ صحبت با او خودداری کنم، همان‌طور که در هر نوع بازی اگر همبازی من به قواعد دیگری معتقد باشد، نمی‌توانم با او بازی کنم.

ولی اگرچه هان در همهٔ نوشته‌های فلسفیش از وی‌تگنشتاین نقل قول کرده و هیچ‌گاه از ابزار تحسین و ادای دین خود نسبت به او خسته نمی‌شده است، وی‌تگنشتاین چنین کاری در مورد هان نکرده و فقط یک بار در پانوشتی در تذکرات فلسفی نام او را آورده و در آنجاست که استدلالی غریب دربارهٔ نقش دستورالعمل‌های متناهی را به هان نسبت داده است. این ادعا را به عنوان مثال، در نظر بگیرید: «من همین حالا بسط ششگانی π را با پرتاب مکرر یک تاس به دست می‌آورم.» این ادعا احتمالاً پس از چند پرتاب اولیه نادرست از آب در می‌آید ولی اصولاً نمی‌توانیم انتظار داشته باشیم که درست از آب در آید زیرا نمی‌توانیم بینهایت بار تاس بریزیم. شهودگرایان با آوردن این‌گونه مثالها صحت قانون طرد شق ثالث را در مورد گزاره‌هایی که شامل مجموعه‌های نامتناهی‌اند، مورد تردید قرار می‌دادند. به‌طورکلی، هم شهودگرایان و هم صورتگرایان اهمیت خاصی برای مجموعه‌ها و فرایندهای متناهی قائل بودند. هیلبرت و برانر علی‌رغم اختلاف نظرهای حادشان، در این موضوع توافق داشتند که ریاضیات متناهی، اساسی‌تر از بقیهٔ ریاضیات است. هان با مطرح کردن یک آزمایش ذهنی به مقابله با این اندیشه برخاست. فرض کنید (در عمل) زمان لازم برای یک پرتاب در هر مرحله نصف شود. مثلاً اگر برای پرتاب اول به نیم دقیقه وقت نیاز باشد، در پرتاب دوم به یک چهارم دقیقه، و همین‌طور الی آخر، نیاز خواهد بود. در این صورت، کار فقط یک دقیقه به طول خواهد انجامید. (اخیراً یان استیوارت در جهت تکامل این ایده قدم برداشت و به بررسی این موضوع پرداخت که چگونه می‌توان، در محدودهٔ فیزیک کلاسیک، یک کامپیوتر سرعاً شتاب‌گیرنده طرح کرد که سرعتش را در هر مرحله دو برابر کند. البته ممکن است فیزیک کلاسیک در دنیای ما برقرار نباشد، ولی ما نمی‌توانیم بپذیریم که مسائل منطقی صرفاً

هم‌گزاره‌های ریاضی و هم‌گزاره‌های منطقی از نوع «همانگویی»‌اند یعنی قواعدی هستند برای تبدیل گزاره‌ها به گزاره‌های معادل. هان نوشت:

زبان ترکیباتی از نمادها را به امور مختلف جهان مربوط می‌سازد و نحوهٔ این ارتباط دادن یک‌به‌یک نیست (که در آن صورت کاملاً بی‌فایده و بی‌معنا می‌بود) بلکه چند به یک است؛ و منطق قواعدی در اختیار ما می‌نهد که بر اساس آنها بتوانیم ترکیبی از نمادها را به ترکیب دیگری تبدیل کنیم که نمایندهٔ همان امری باشد که ترکیب اولی نماینده‌اش بود. بین همان است که خصلت همانگونهٔ منطق نامیده می‌شود.

ولی «همانگونه بودن» به معنی پیش‌پاافتاده و مبتذل بودن نیست:

در نظر اول، باور کردن این موضوع مشکل است که تمام ریاضیات، با آن قضایایی که به‌سختی به دست آمده و با آن نتایجی که اغلب شکفت‌انگیز است، قابل تحویل و فروگذاشت به همانگویی باشد. ولی در اینجا یک نکتهٔ جزئی و ظریف نادیده گرفته می‌شود و آن اینکه ما عالم مطلق نیستیم.

و در جای دیگر،

کسی که علم مطلق دارد نیازی به منطق ندارد، و ما بر خلاف افلاطون می‌توانیم بگوییم: خداوند هرگز به ریاضیات نمی‌پردازد.

هان ریاضیدان درهای [آکادمی] افلاطون را به روی خود گشوده می‌دید، ولی هان فیلسوف به محض ورود به محاذای با میزبان خود می‌پرداخت. هان مخالف سرسخت مکتب افلاطونی بود و هر نوع تفکر راسیونالیستی و ایده‌آلیستی را فلسفهٔ منکر جهان می‌دانست که با تجربیات بی‌معنی مانند «شیء فی‌نفسه» آشفته و پریشان شده است، و سخت‌تر فداکار فلسفه‌ای تجربه‌گرا و مثبت جهان بود که متکی بر حواس انسان باشد:

عقیدهٔ ما این است که در فلسفهٔ منکر جهان دربارهٔ اهمیت تفکر مبالغه می‌شود. تفکر چیزی نیست جز تبدیل؛ با تفکر به هیچ چیز جدیدی نمی‌توان رسید.

هان متفکران آلمانی از کانت تا هایدگر را به هیچ وجه قبول نداشت و ستانندهٔ «رهایی»‌ای بود که ارمغان برتراند راسل و متفکران انگلیسی پیش از او مانند دیوید هیوم، جان لاک، و ... تا ویلیام اهل اوکام است. ویلیام همان فیلسوف قرون وسطاست که تیغ معروفش مفاهیم زائد را سترد. در واقع عنوان نخستین اثر فلسفی هان — مقاله‌ای که در ۱۹۳۰ نوشته شد — تیغ اوکام بود و در آن مقاله نشان داد که مشکلات مربوط به مفاهیم متعالی و غیرتجربیهی مانند «ممکنات»، «کلیات» یا «فضای تهی» فقط ناشی از استفادهٔ بی‌قیدانه از یک زبان نامناسب است.

اگر نخستین خطای فلسفهٔ منکر جهان را مبالغه در اهمیت تفکر بدانیم، دومین خطای بنیادی آن مبالغه در اهمیت زبان

1. world-denying philosophy

2. world-affirming empiricist philosophy

ضدکمونیست، انجمن شهر را اشغال کرده شروع به اجرای برنامه گسترده‌ای در زمینه بهداشت عمومی و آموزش همگانی کرده بود. [ولی] اعضای هیأت علمی دانشگاه و دانشجویان اکثراً فاشیست و یا راست‌گرای مسیحی بودند.

بنابراین در آن زمان جو دانشگاه بسیار ارتجاعی‌تر از جو کلی شهر بود.

اما هان رهبر استادان سوسیالیست و رئیس انجمن آزاداندیشان بود. (و در عین حال علاقه‌ای شدید، هر چند شکاکانه، به احضار ارواح داشت.) وی یکی از امضاکنندگان بیانیه تأسیس انجمن ارنست ماخ و نایب رئیس این انجمن بود. انجمن برنامه‌ای برای برگزاری پنج یا شش سخنرانی در سال ترتیب داد. بلیط سخنرانیها به قیمت بلیط آیرا به فروش می‌رسید. علی‌رغم بحران شدید اقتصادی، این کار موفقیت‌آمیز بود. این سخنرانیها با عنوانهایی از قبیل «آیا بینهایت وجود دارد؟» یا «بحران شهودگرایی» (دو تا از سخنرانیهای هان) مردم را به خود جذب می‌کرد و تالار بزرگی مدو از جمعیت می‌شد. سخنرانیهای دیگر هم شخصیت‌های برجسته‌ای از قبیل هرمان مارکو شیمیدان و رنر هاینزبرگ فیزیکدان بودند. قسمتی از درآمد به‌دست آمده صرف برپا داشتن مجسمه‌ای بر گور لودویگ بولشمن شد و قسمت دیگر برای پرداخت حقوق دستتاری آلگا تاوسکی جوان به‌کار رفت (این خانم بعدها در ادامه کارش در ایالات متحده آمریکا، با عنوان پروفیسور تاوسکی-تاد موقعیت ممتازی پیدا کرد)

سخنرانیهای هان همیشه با دقت و با توجه کامل به جزئیات تهیه می‌شد و سبکی بسیار اختصاصی و شخصی داشت. وی مطالب را بارها و بارها به صورتهای مختلف فرمولبندی و بازگویی می‌کرد چنانکه به نظر می‌رسید اصلاً پیشرفتی [نسبت به نقطه شروع] در کار نیست ولی در آخر جلسه، شنونده از میزان و دامنه موضوعات بحث‌شده تعجب می‌کرد. البته این روش موافق با این اعتقاد هان بود که ریاضیات عبارت است از گفتن یک چیز به شیوه‌های مختلف. این سخنرانیها ظاهراً فوق‌العاده موفقیت‌آمیز بوده است. مثلاً آروین شرودینگر که در سخنرانیهای هان در زمینه حساب وردشها در سال ۱۹۰۷ حضور یافته بود، یادداشتهایش از این جلسات را تا آخر عمر، علی‌رغم تغییر مکانهای بسیار، نگه می‌داشت. سیرکارل پوپر هم در زندگینامه خودش نوشته است:

من بیش از هر کسی از هانس هان چیز آموختم. سخنرانیهای او از چنان کمالات برخوردار بود که دیگر هرگز نظیرش را ندیده‌ام. هر سخنرانی او یک کار هنری بود: چشمگیر از لحاظ ساختار منطقی، بدون یک کلمه اضافی، در نهایت وضوح، و بهره‌مند از بیانی جذاب و مؤدبانه. موضوع، نگاه مسائل مورد بحث، با شرح مختصر و مهیجی از زمینه تاریخی معرفی می‌شد. همه چیز [تا حد امکان] زنده و با روح بود هر چند به خاطر کمالات‌گرایی زیاد، اندکی خشک و سرد می‌نمود.

و نیز در جای دیگری نوشته است:

سخنرانیهای هان، افقهای تازه‌ای، دست کم در برابر دیدگان من، می‌گشود. او در مقام معلم و سخنران با دیگران قابل مقایسه نبود.

درس مبتدیان با شرح مبسوطی از منازعه نیوتن و لایب‌نیتس بر سر فصل

تابع شرایط تصادفی فیزیکی باشد) به مفهومی می‌توان گفت که اهمیت دادن ما به فرایندهای تعیین متناهی امری تصادفی است و به خود ما مربوط می‌شود نه به منطق.

این نمونه‌ای است از اصل رواداری در عمل، که نخست منکر آن را به‌صورت دقیق بیان کرد و سپس دیگران، از جمله کارناب و پوپر آن را پذیرفتند. مضمون این اصل چنین است که هیچ بخش ممتازی در ریاضیات وجود ندارد که مستحکمتر یا حقیقت‌تر یا شهودتر از بخشهای دیگرش باشد، و اینکه نمی‌توان از یک، منطقی منحصر به فرد یا زبان منحصر به فرد سخن گفت، و هر نوع مرزبندی و تمایز بین موضوعات، اختیاری و داخواه است. هان با همین طرز فکر (یک سال پیش از آنکه گودل به فون نویمان اطلاع داد که سازگاری اصل موضوع انتخاب را با سایر اصول موضوع معمولی نظریه مجموعه‌ها ثابت کرده است) نوشت:

می‌توانیم اصل موضوع انتخاب را در ریاضیات به‌کار بگیریم («ریاضیات نسرموایی») و یا آنکه از اصل موضوعی استفاده کنیم که حاکی از نقیض آن باشد («ریاضیات نانسرموایی»). کل مسأله ربطی به واقعیت ... یا به شهود محض ... ندارد ... بلکه به معنایی که برای کلمه «مجموعه» قائل می‌شویم بستگی دارد.

در اوایل دهه ۱۹۳۰، فکر ویتگنشتاین بیشتر معطوف به فلسفه ریاضیات بود ولی او ارتباطش را با حلقه وین به نیمه فلسفی حلقه محدود کرده بود و از گودل، منگر، و هان دوری می‌جست. احتمالاً احساس می‌کرده است که نمی‌تواند از پیروان ریاضیدان خود همان قدر انتظار مجیزگویی داشته باشد که از کسانی مانند وایزمن یا اشلیک. منگر در این مورد ماجرای خاصی را نقل کرده است. ویتگنشتاین در سالهاش از این «واقعیت ظاهراً بی‌اهمیت» که نمادگذاری منطقی نیاز به پرانتز دارد سخن گفت. اما بعداً، ووکاشویچ^۱ منطقدان لهستانی، بی‌اعتنا به این حکم یک سیستم نمادگذاری طرح کرد که نیازمند به پرانتز نبود. وقتی منگر اعضای حلقه را از این موضوع آگاه کرد، وایزمن بلافاصله شروع به دفاع ناشیانه‌ای از نظر ویتگنشتاین کرد. هان او را از صحبت باز داشت و تقریباً با عصبانیت گفت: «ولی آقای وایزمن، چرا قبول نکنیم که ویتگنشتاین در این مورد آشکارا اشتباه کرده است؟»

سخنرانیهای علمی در رقابت با برنامه‌های اپرا

به علاوه، ویتگنشتاین به خاطر فعالیتهای «نازل‌تر» گروهی که آنها را، در نامه‌ای به وایزمن، «هان و نویریات و دارودسته‌شان» نامید، از حلقه وین فاصله گرفت. این گرایش به سیاست یکی از علتهایی بود که باعث شد گودل، منگر و پوپر، درخشانترین چهره‌های نسل بالنده، همه تا حدی از حلقه کناره بگیرند، هر چند که دین بسیار به آن داشتند. ادعا می‌شد که حلقه وین یک محفل کاملاً خصوصی است ولی بعضی از اعضای آن، به‌خصوص نویریات و هان، احساس می‌کردند که وظیفه‌ای هم در قبال عامه بر عهده دارند که باید انجام دهند. بنابراین انجمنی به‌نام «انجمن ارنست ماخ» تأسیس کردند که کار آن انتشار «جهان‌بینی علمی» بود. این دوره، دوره موسوم به وین سرخ بود که یک حزب «مارکسیست اتریشی» با تمایلات غلیظ روشنفکرانه، به شدت چپ‌گرای ولی قویاً

بود در سال ۱۹۳۳ خودکشی کرد. به دنبال وقوع جنگ داخلی کوتاه وای شدید در فوریه ۱۹۳۴، رژیم فاشیستی-کلیسائی اتریش حزب سوسیالیست را سرکوب کرد. انجمن ارنست مایخ غیرقانونی شد، و قدرت حاکم از در مخالفت با حلقه وین بر آمد. هانس هان که تا آن موقع از لحاظ جسمانی سالم می‌نمود، اکنون به دل‌پیچه‌های شدید دچار می‌شد. در ترم تابستانی، شدت درد گاهی او را وادار می‌کرد در سش را چند دقیقه قطع کند. تشخیص داده شده که غده‌ای در بدن دارد، و در ماه ژوئن زیر چاقوی جراح جان سپرد. او تصمیم گرفته بود رساله خود دربارهٔ آنالیز حقیقی را تا پایان آن سال به پایان برساند، رساله‌ای که مدت ۲۵ سال مشغول نوشتن و بازبینی آن بود. نخست قرار شده بود تألیف این کتاب با همکاری آرتر شونفلیس صورت گیرد؛ وی همان کسی است که اثرش با عنوان گزارش دربارهٔ مجموعه نقاط که در سال ۱۹۰۰ منتشر شده بود، نقش مهمی در انتشار ایده‌های نو در زمینهٔ آنالیز حقیقی داشت. اما این برنامه متوقف ماند. (یکی از نخستین آثار هان به یادآوری و تصحیح اشتباهات رسالهٔ شونفلیس اختصاص داشت). هان در ۱۹۲۱ نخستین جلد آنالیز حقیقی را انتشار داد. در این جلد که ۸۶۵ صفحه داشت آن قدر به بحث دربارهٔ مجموعه‌های تحلیلی، رده‌های پر و مفاهیمی از قبیل «از رسته اول بودن در یک نقطهٔ مفروض» پرداخته بود که بحث انتگرال و مشتق را ناچار به جلد دوم موکول کرده بود. هان در شرحی که در آن زمان دربارهٔ زندگی خود نوشت، وعده داد که جلد دوم کتاب به‌زودی منتشر خواهد شد. ولی به جای این کار به بازبینی جلد اول پرداخت و حاصل این بازبینی، متن کاملاً متفاوتی بود که در سال ۱۹۳۲ انتشار یافت. همان‌طور که گودل در نقدی در موناخه‌هفته نوشت:

اثباتها با چنان دقتی و با چنان توجهی به جزئیات عرضه شده‌اند که احتمالاً در کتابهای درسی ریاضیات بی‌نظیر است، و از «صورتگرایی» کامل (به مفهومی که مثلاً در پرنکیپیا ماتماتیکا دیده می‌شود) چندان دور نیست.

هان علی‌رغم اینکه برای تألیف بخش دوم اثرش سخت کار می‌کرد، چاپ آن را به چشم ندید. منگر یادداشتهای هان را نجات داد و در سال ۱۹۴۸، آرتر زرنثال ترجمهٔ آن را در آمریکا منتشر کرد. این کتاب کار عشق بود، اما این شاهکار هان (که متخصصان آن را هم‌تراز نظریهٔ مجموعه‌های هاوسدورف و نظریهٔ استرگالگری ساک^۱ می‌دانستند) به‌خاطر مشکلات مربوط به نحوهٔ انتشارش لطمهٔ بسیار دید: بخش اول به زبان آلمانی و بخش دوم به زبان انگلیسی، و ۱۶ سال تأخیر بین آنها باعث شد کتاب هرگز تأثیری را که شایستهٔ آن بود نداشته باشد.

دولت اتریش تصمیم گرفت کسی را به تصدی کرسی هان نگمارد؛ و این نشانهٔ واضحتی بود از اینکه قدرت حاکم با حلقهٔ وین بر سر مهر نیست. هم کارل منگر و هم ادوارد هلی که نامزدان طبیعی جانشینی هان بودند، از وین رفتند. اشلیک که تصمیم گرفته بود در وین بماند، روی پلکان دانشگاه به ضرب گلوله فلسفه‌خوانی ناکام و آزرده‌خاطر، که مدعی بود دیدگاه اشلیک تهدیدی برای بنیاد متافیزیکی اصول اخلاقی اوست، از پا در آمد. همان‌طور که آلفرد اِر نوشت

تقدم [در اکتشاف حسابان] آغاز می‌شد و هان در این مورد جداً از نیوتن جانبداری می‌کرد (پوپر تأکید بر این نکته را لازم دیده است که این جانبداری ناشی از تعصب انگلیس‌دوستانه نبوده است). سپس نوبت به بررسی کلی مسائل مطرح شده در سیر تکامل آنالیز و پارادوکسهای نظریهٔ اولیهٔ مجموعه‌ها می‌رسید؛ و اینها همه به بحث دربارهٔ مبانی منطقی ریاضیات می‌انجامید. پوپر شرح می‌دهد که چگونه هان مجلد اول پرنکیپیا ماتماتیکا را به شاگردان نشان داد و با شور و حرارت به تأیید دیدگاههای آن پرداخت. گودل هم بی‌تردید همین تجربه را داشته است.

پوپر جوان هیچ علاقه‌ای نداشت که ریاضیدان حرفه‌ای شود. در سال ۱۹۳۰ به تدریس در یک دبیرستان گماشته شد (اصلاحات آموزشی یکی دیگر از هدفهای مورد نظر دین سرخ بود و هان در این جنبش نیز نقش پیشگامی داشت). پوپر هیچ‌وقت به جلسات حلقه وین دعوت نشد ولی از حضورش در جلسات «گردهمایی ریاضی» که منگر به همراه گودل و نوبلینگ آن را برپا کرده بود، به گرمی استقبال شد. در آنجا بعضی ایده‌های پوپر دربارهٔ مبانی نظریهٔ احتمال، توجه و تحسین هان را برانگیخت؛ این ایده‌ها به رهیافت دوست قدیمش فون میزن روشنی بسیار می‌بخشید و بعدها آبراهام والد آنها را پیگیری کرد. هان نمونه‌های چاپی متعلق اکتشاف پوپر را (که ترجمهٔ انگلیسی آن ۲۵ سال بعد انتشار یافت) خواند، پوپر را به خانه‌اش دعوت کرد، و با تحسین پرشور خود از کتابی که با انتقاد شدید از تجربه‌گرایی منطقی حلقه وین را به مبارزه طلبیده بود، مرد جوان را متحیر ساخت.

حلقه از هم می‌پاشد

در این موقع حلقه وین در نظر نسل جوان تا اندازه‌ای پویایی خود را از دست داده بود و رویدادهای تازه در «گردهمایی ریاضی» اتفاق می‌افتاد. البته هان غالباً در هر دو جا حضور می‌یافت، به‌دراظه‌های پنجشنبه در حلقه و به‌دراظه‌های سه‌شنبه در گردهمایی (چهارشنبه‌ها اغلب در «کافه سانتال» به دوستان هلی می‌پیوست). این جلسه‌ها به بحثهای علمی بی‌پایان می‌گذشت و فقط تلاش او برای اینکه سیگار برگش را روشن نگه‌دارد، وقفه‌هایی در بحث ایجاد می‌کرد. هان پسرعت به تصویر کشیدن یک دانشمند مشهور جهانی در ذهن مردم، شباهت پیدا می‌کرد. این تصویر، همان‌طور که سینماوندگان می‌دانند، از جمله شامل داشتن یک دختر زیبا (نورا شهرتی در هنریشگی به دست آورده بود)، یک رفتار عجیب و جالب (در مورد هان، علاقه به ادراک ماوراء حسی و احضار ارواح) می‌شد. هان اغلب به کنسرت می‌رفت و با دقت آهنگی را که نواخته می‌شد از روی دفترچه نت تعقیب می‌کرد و (مانند زیگموند فروید) گاه فال ورق می‌گرفت. همسر هان نیز از نقش خود که میزبانی «یک سالن» منظم (کلمه «سالن» در آن موقع هنوز به‌کار می‌رفت) و حمایت از دانشمندان جوان بود، لذت می‌برد.

اما به تدریج ابرهای سیاه متراکم می‌شدند. به‌خاطر اضطراب ناشی از صعود نازیها در کشور همسایه، آلمان، و گرایش روزافزون سیاست اتریش به‌سوی ارنجاء، نخستین اعضای حلقه کشور را ترک کردند و به آمریکا رفتند. پاول اهرنست دوست هان که آن همه در توضیح و تبیین آثار بولشمن کوشیده

۱. لفظ «سالن»، عمدتاً در قرنهای هفدهم تا نوزدهم، به محافل که با شرکت دانشمندان و هنرمندان و روشنفکران معمولاً در خانه زنان اشرافی سرشناس تشکیل می‌شد، اطلاق می‌گردید-م.

چنانکه بعداً معلوم شد، این نقاط هم آن قدر دور [از خطر] نبودند. همه سرانجام در انگلستان یا ایالات متحده آمریکا پناه جستند. او تئوریات سرکش همراه با دختر رابده مایستر عرض کانال مانس را با قابقی طی کرد، و گودل و همسرش از راه سیبری و اقیانوس هند از پریشتن سر در آوردند.

اعضای حلقه وین از بلای نازیها، جان به در بردند. آنها مثلاً خوش شناس تر از ریاضدان مکتب لهستان بودند که خیلیهاشان به دست نازیها از میان رفتند. ولی دیگر از آن ویشی‌هایی که زمانی بهای بلیط ایرا را برای شنیدن سخنانی درباره منطق یا علوم [تجربی] می‌پرداختند، خبری نبود. پس از جنگ، بازسازی ایرای دولتی که بر اثر بمباران ویران شده بود در اتریش نوین دموکراتیک از بیشترین اولویت برخوردار شد، ولی به اشخاصی مانند پوپر و منگر مؤدبانه گفته شد که دانشگاه وین جایی برای آنها ندارد. اما نکته مسرت‌انگیز این است که هنوز چند قهوه‌خانه خوب در وین وجود دارد.

ترجمه سیماک کاظمی

جند مرجع

مجموع آثار هانس هن را انتشارات اشیرینگ-فرلاگ، شعبه وین (با ویرایش مشترک (L. Schmutterer) و کارل زیگموند) منتشر می‌کند. جلد اول آن (با مقدمه‌ای به قلم سرکارل پوپر) در پاییز ۱۹۹۵ از چاپ در می‌آید. خواننده می‌تواند برای مطالعه درباره زندگی و آثار هن به آثار زیر مراجعه کند.

Karl Mayerhofer: Nachruf auf Hans Hahn, *Monatshefte für Mathematik und Physik* 41 (1934), 221-238.

Karl Menger: Introduction to *Hans Hahn, Empiricism, Logic and Mathematics*, edited by Brian Guiness, Vienna Circle Collection, Kluwer, Dordrecht (1980).

Karl Menger: Reminiscences of the Vienna Circle and the Mathematical Kolloquium, Vienna Circle Collection, Kluwer, Dordrecht (1995).

Rudolf Einhorn: Vertreter der Mathematik und Geometrie an den Wiener Hochschulen 1890-1940, Ph.D. thesis, Technical Univ. Vienna (1985).

- Karl Sigmund, "A philosopher's mathematician: Hans Hahn and the Vienna Circle", *Math. Intelligencer*, (4) 17 (1995) 16-29.

* کارل زیگموند، مؤسسه ریاضیات دانشگاه وین، اتریش



سنگ گور بولتسمن (شامل مجسمه بالانته او) در گورستان مرکزی وین. در روی آن فرمول $S = k \log W$ نقش بسته که k ثابت بولتسمن است. این یادمان در ۱۹۳۴ بنا شد و هزینه آن از درآمد سخنرانیهایی تأمین شد که هان و منگر درباره مباحثی ز قبیل «بحران شهودگرایی» یا «آیا بینهایت وجود دارد؟» برگزار می‌کردند.

مطبوعات دست راستی رسماً از این عمل ابراز تأسف کردند، ما از نوشته‌های آنها چنین بر می‌آمد که این سرنوشت در انتظار همه استادانی است که از اساس مخالف کلیسا باشند.

وقتی آلمان کشور اتریش یعنی میهن پیشوایش آدولف هیتلر را به خود ملحق ساخت، قابل اشلیک، فوراً آزاد شد. در این زمان، باقیمانده اعضای حلقه وین در جاهای مختلف، و بیشتر در پراگ و آمستردام، پراکنده شدند.